

气泡堆积法生成曲线多边形区域 非结构化网格及其应用

武利龙, 周高领, 陈斌

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 对气泡堆积法进行改进, 发展了一种基于气泡堆积法生成曲线多边形区域非结构化网格的算法, 将曲线边界映射为直线完成气泡添加和位置动态调整, 再通过弧长参数化的方法将气泡位置映射回曲线边界, 避免了移动调整过程中气泡偏离曲线的问题, 提出了一种简便的判断点在复杂曲线多边形区域内的方法, 简单且易于编程. 通过添加不同大小的顶点气泡以及在内部设置人工点源, 利用加权平均法实现了网格的局部加密. 应用基于非结构化同位网格的 SIMPLE 算法对环扇形空腔顶盖驱动流进行了数值模拟, 不同雷诺数下的计算结果与文献结果吻合较好.

关键词: 气泡堆积法; 非结构化网格; 曲线多边形; 数值模拟

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)11-0109-05

Bubble Packing Method Based Unstructured Grid Generation of Curved-Edge Polygon with Its Application

WU Lilong, ZHOU Gaoling, CHEN Bin

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An algorithm for bubble packing method based unstructured grid generation of a curved-edge polygon is developed to avoid bubble departure from a curved boundary during dynamic bubble movement. The curve boundary is mapped into a straight line to allow bubble adding and moving. Then the bubble position is mapped into the curve boundary by the arc-length parameterization method. Combined with conventional methods, a new method to judge a point in a given curved-edge polygon is proposed. Local grid refinement is realized by adding different size bubbles to the real and artificial vertices and setting the bubble's radius by the weighted average method. Moreover, the SIMPLE algorithm on unstructured collocated grid systems is developed and applied to simulate the lid-driven flow in a polar cavity. The numerical simulation results agree well with the experimental data under different Reynolds numbers.

Keywords: bubble packing method; unstructured grid; curved-edge polygon; numerical simulation

非结构化网格对复杂不规则区域具有良好的适应性, 在航空航天、CAD、测绘与空间地理信息处理、图像识别、视频编码等领域得到了广泛的应用. 对于复杂区域的计算流体力学与传热学问题, 有效

获取高质量的非结构化网格已成为一个十分重要的研究领域.

生成非结构化网格需要解决的问题主要有: ①向区域内布置节点; ②有效地联接节点形成网格单

元;③数据的高效存储。国内外学者提出了多种关于非结构化网格生成的算法,如前沿推进法^[1]、Delaunay 三角形化方法^[2]、两种方法的结合以及四叉树和八叉树方法等。这些算法由于自身的限制,对于复杂区域的高质量网格快速生成均有不足之处。气泡堆积方法(BPM)最早由 Shimada 等^[3]提出,由于该算法对复杂区域可以得到较高质量的非结构化网格,近年来得到了快速发展。Ćingoski 等^[4]利用指数函数指定气泡半径从而控制网格密度,Shimada 等^[5]通过添加椭圆(体)生成各向异性网格来控制生成网格的方向,Chung 等^[6]发展了基于气泡堆积的自适应网格生成算法等。本课题组^[7-8]提出通过设置初始半径、添加点源并且采用加权平均的方法指定边界和区域内气泡的半径,可有效控制网格密度,针对多边形区域生成高质量的非结构化网格并实现局部加密。值得一提的是,上述算法都是针对直线(平面)边界区域,但工程上遇到的复杂区域常常包含曲线或曲面。存在曲线(曲面)边界时,移动气泡会出现气泡偏离边界的情形,Shimada 等^[3]通过计算偏移量将其约束在曲线或者曲面上,计算非常繁琐。本文拟在前期 BPM 算法研究的基础上进行改进,以期发展适用于复杂曲线多边形区域的通用非结构化网格生成算法。

1 BPM 算法简介

生成非结构化网格的气泡堆积法不同于其他常用的非结构化网格生成方法,其思想可以归纳为 3 个步骤:①向计算区域内布置节点,即按照一定的规则向边界和计算区域内添加具有虚拟质量的气泡,使其紧密堆积以充满整个区域,气泡的中心作为节点的位置;②动态调整节点的位置,通过引入气泡之间的相互作用力建立每个气泡的运动控制方程,移动气泡获得最佳的节点添加位置;③通过 Delaunay 三角形化方法联接各个节点生成网格。具体算法实施可参见文献^[7-8]。

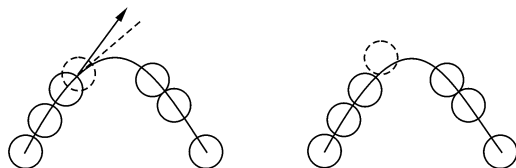
2 BPM 算法的改进

实施 BPM 算法时,首先要对计算区域边界上的气泡进行初始化并按照气泡运动方程进行动态调整。气泡初始化时,先设定边界线段两端点气泡半径的初始值,随后不断一分为二地细分该线段,在分割点添加新气泡,再通过受力动态调整气泡位置,最终使整条边被均匀分布的气泡群所覆盖。在前期的工

作中,我们开发了边界为直线段的多边形区域 BPM 算法^[7-8],然而对于包含曲线边界的复杂区域必须进行改进,具体的算法如下。

2.1 曲线边界上的气泡初始化

2.1.1 实现思想 与直线相比,曲线边界的问题在于按照气泡受力方程对气泡位置进行动态调整的过程中,气泡可能会偏移曲线。如图 1 所示,由于曲线上各个气泡所受的合力与其所在位置的切线方向不一致,在动态调整移动中势必会导致气泡移动偏离曲线。为了解决此问题,Shimada 的做法^[3]是给定曲线的参数方程,不断细分参变量来实现气泡的添加。如果气泡经过移动调整偏离了曲线,必须通过一系列几何计算确定气泡偏离曲线的实际位置并将其移回边界曲线。



(a) 移动前

(b) 移动后

图1 气泡移动偏离曲线

可以看出,上述算法比较繁琐,对每一个气泡引入了太多的判断与计算操作。为了对问题进行简化,实现算法的通用性,本文对 Shimada^[3]的做法进行了改进。如图 2 所示,通过弧长将曲线段映射为等长的直线段,在直线段上完成气泡的初始化以及动态调整移动后再将其映射回曲线,可以方便地解决曲线段气泡的添加并且避免动态调整过程中的偏离曲线问题,算法具有很好的通用性。

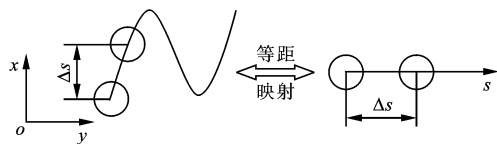


图2 映射法实现曲线边界的气泡初始化

2.1.2 算法 假定曲线的参数方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi(t) \\ y &= \phi(t) \end{aligned} \right\} \alpha \leq t \leq \beta \quad (1)$$

由弧长积分公式求得曲线弧长函数

$$s(x) = \int_{t_0}^x (\varphi'^2(t) + \phi'^2(t))^{1/2} dt \quad (2)$$

根据弧长将二维平面上的曲线映射为一条等长的直线段,在直线段上采用二叉树的数据结构实现气泡

的初始化^[7]. 通过删除过度重叠的气泡、向较大的间隙添加新气泡,并动态移动气泡消除或减小间隙,最终可在直线段上添加合适数量的气泡使其彼此尽量相切并完全覆盖整个直线段. 接下来通过弧长参数化方法可将直线段上的气泡分布映射回曲线段,以实现曲线的气泡初始化.

弧长参数化是已知曲线段细分后的各段弧长求得曲线上分割点坐标分布的方法,具体做法如下^[9]: 已知曲线的两个端点所对应的参数 a 、 b ,且求得弧线的长度为 s ,即曲线在区间 $[a, b]$ 上所对应的弧长为 $[0, s]$,由于弧长函数 $s(x)$ 为区间上的单调递增函数,因此对于任意的弧线段 $s^* \in [0, s]$ 必然有唯一的 $t^* \in [a, b]$ 满足

$$s^* = \int_a^{t^*} (\varphi'(t) + \phi'(t))^{1/2} dt \quad (3)$$

本文中的 s^* 即为映射后直线段上气泡相对于起点的长度,在给定 s^* 的情况下,通过二分法或弦割法等数值方法不断缩小求解区间,求得 s^* 所对应的参数 t^* ,再将 t^* 代入原参数方程(1)即可得到曲线上对应点的坐标,并在该位置处添加一个与直线段上气泡半径大小相一致的气泡,进而完成曲线段上气泡初始化操作.

2.2 点在曲线多边形区域中的判断

在 BPM 算法执行过程中,需要判断气泡的中心是否在曲线多边形计算区域内. 通常判断点在多边形区域内的算法有象限法、面积法、射线法以及几何向量方法^[10]等,然而多数算法只能判断特定形状区域,因此本文结合不同方法发展了一种较为简便通用的算法. 如图 3 所示,设边界包括任意直线段和曲线段的多边形区域为 A ,可将其分解为 n 个子区域 A_i 的集合, $A = A_1 \setminus (A_2 \cup A_3)$,其中 A_1 为直线段所围成的四边形 $CDEF$, A_2 为弧线 FE 与虚线 EF 所围成的区域, A_3 为区域内封闭的椭圆线 p 所围区

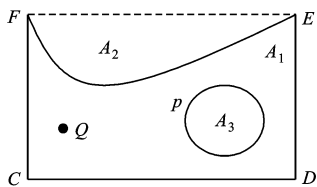


图 3 曲线多边形区域

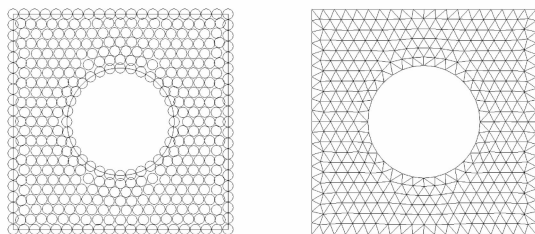
域, Q 为平面内任意一点,定义

$$H = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad \text{其中 } \lambda_i = \begin{cases} 1, & Q \in A_i \\ 0, & Q \notin A_i \end{cases} \quad (4)$$

当 H 为奇数时, Q 点在多边形区域 A 内;反之,当 H 为偶数时, Q 点不在多边形区域 A 内. 对于 $Q \in$

A_i 的判断,当 A_i 为直线段多边形时,采用射线法;当 A_i 为曲线区域时,采用向量几何方法^[10].

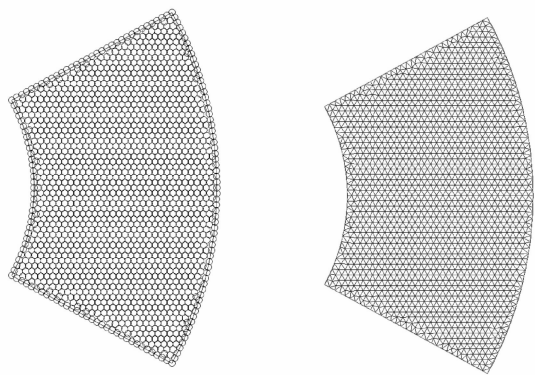
结合点在曲线多边形区域的判断以及曲线边界气泡初始化的算法,使用 BPM 算法分别对如下的多边形区域生成了非结构化网格,得到了较好的结果,如图 4、5 所示.



(a) 气泡群

(b) 生成的网格

图 4 圆形空腔区域的网格生成



(a) 气泡群

(b) 生成的网格

图 5 环扇形区域的网格生成

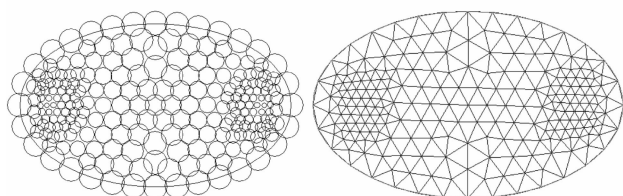
2.3 曲线多边形区域的局部加密

曲线多边形区域的局部加密与直线多边形区域相似,同样可以通过添加不同大小的顶点气泡以及向区域内部人工添加顶点的方式来实现^[8]. 顶点处新加的气泡半径可根据加密或稀疏程度的需要分别对边界顶点气泡半径按比例缩小或放大来指定,边上和面上气泡的半径采用加权平均的方法指定. 对于曲线边界,可通过上述映射和弧长参数化的方法首先在直线段上添加气泡,其半径根据直线段两端点气泡的半径加权平均求得,待完成添加、移动之后再映射回曲线. 应用该方法对曲线边界区域生成了局部加密的非结构化网格,其结果如图 6 所示.

3 非结构化同位网格 SIMPLE 算法及其应用

3.1 非结构化同位网格 SIMPLE 算法

考虑非结构化网格上网格单元形状的不规则性



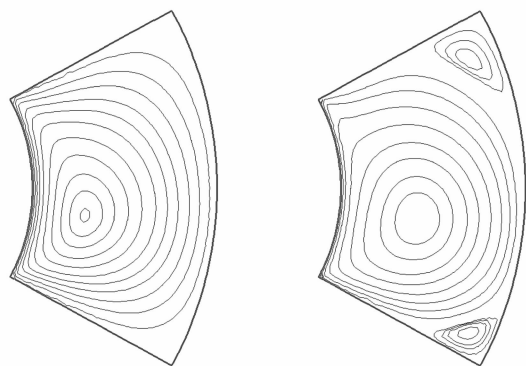
(a)气泡群 (b)生成的局部加密网格

图6 椭圆区域内部局部加密

和网格节点的无序性,本文采用了基于非结构化同位网格的SIMPLE算法^[11],使用有限容积法对N-S方程进行离散,物理量存储在三角形网格的中心,即同位网格.求解动量方程时采用Rhie等^[12]提出的动量插值思想来消除不合理的压力场以解决压力和速度间的耦合.算法中采用一阶迎风与二阶迎风的混合格式来求解对流项中的变量,采用局部线性化方法处理源项;对界面上变量的梯度进行差分,为保证非结构化网格上的变量梯度具有二阶精度,在采用最小二乘法计算变量的梯度时,考虑了距离向量模的影响.

3.2 环扇形空腔顶盖驱动流的数值模拟

采用图5所示环扇形区域上的非结构化网格(单元数为3194),基于非结构化同位网格的SIMPLE算法对环扇形空腔顶盖驱动流进行了数值模拟.环扇形左侧盖板以恒定速度 V_0 顺时针旋转,基于 V_0 和环扇形空腔径向长度 L 的 Re 为60和350.图7示出了不同 Re 下的流线图,可以看出随着 Re 增大,流动加强,在空腔右侧上、下两个角落里形成了明显的小涡,且右下角的涡强于左上角的涡.

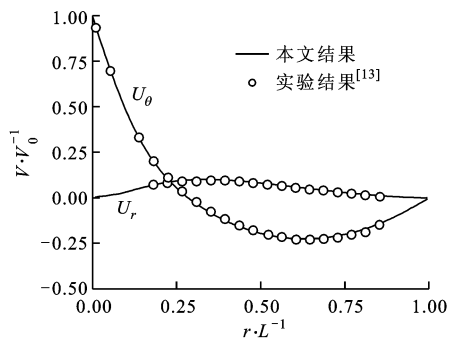


(a) $Re=60$ (b) $Re=350$

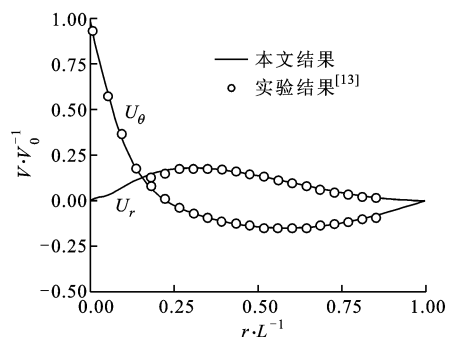
图7 环扇形空腔顶盖驱动流线

将不同角度的径向速度 U_r 和横向速度 U_θ 分布与Fuchs^[13]的实验数据进行了对比,结果示于图

8、9.可以看出,本文模拟的结果与Fuchs的实验数据及其在结构化网格(80×80)上的模拟结果吻合较好,说明了本文BPM和非结构化同位网格SIMPLE算法的有效性.

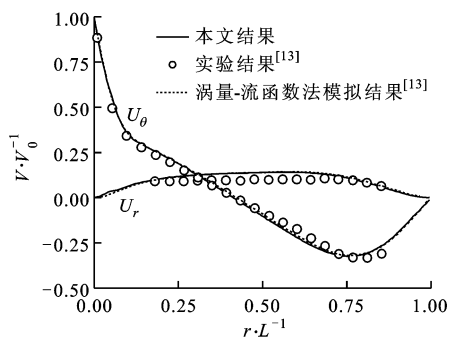


(a) $\theta=0^\circ$

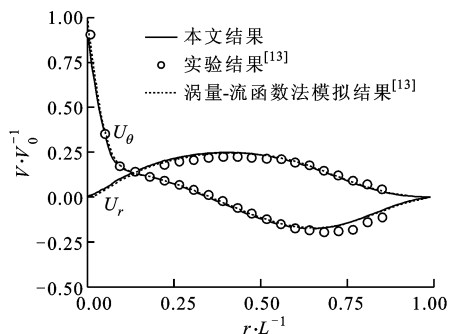


(b) $\theta=10^\circ$

图8 $Re=60$ 时不同角度的速度分布



(a) $\theta=0^\circ$



(b) $\theta=10^\circ$

图9 $Re=350$ 时不同角度的速度分布

4 结 论

本文针对曲线多边形区域发展了一种基于气泡堆积方法的非结构化网格生成算法,采用等距映射的思想将曲线边界映射为等长的直线段,在直线段上完成添加、移动等操作后再根据点的分布映射回曲线上,简单而有效地实现了曲线边界上的气泡初始化,避免了气泡位置动态调整时偏离曲线的问题.结合常用的判断点在区域内的算法,根据区域分解思想提出了一种判断点在曲线多边形内的方法,该方法简单且易于计算机实现.通过添加不同大小的顶点气泡以及在内部设置点源并利用加权平均法实现了网格的局部加密,进而得到了适用于曲线多边形区域的通用非结构化网格生成算法.应用该算法对环扇形区域生成非结构化网格,采用基于非结构化同位网格的 SIMPLE 算法对环扇形空腔顶盖驱动流进行了数值模拟,得到了不同 Re 下的计算结果.不同角度的速度分布与文献中的实验结果对比吻合较好,进一步验证了本文所提出的曲线多边形区域 BPM 及非结构化同位网格 SIMPLE 算法的有效性.

参考文献:

- [1] 陶文铨. 计算传热学的近代进展 [M]. 北京: 科学出版社, 2005: 64-91.
- [2] 陈斌, 郭烈锦. 非结构化网格快速生成技术[J]. 西安交通大学学报, 2000, 34(1): 18-21.
CHEN Bin, GUO Liejin. Quick generation of unstructured grid [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2000, 34(1): 18-21.
- [3] SHIMADA K, GOSSARD D C. Automatic triangular mesh generation of trimmed parametric surfaces for finite element analysis [J]. Computer Aided Geometric Design, 1998, 15: 199-222.
- [4] ČINGOSKI V, MURAKAWA R, KANEDA K, et al. Automatic mesh generation in finite element analysis using dynamic bubble system [J]. Applied Physics, 1997, 81(8): 4085-4087.
- [5] SHIMADA K, YAMADA A, ITOH T. Anisotropic triangulation of parametric surfaces via close packing of ellipsoids [J]. International Journal of Computational Geometry and Applications, 2000, 10(4): 400-424.
- [6] CHUNG S W, KIM S J. A remeshing algorithm based on bubble packing method and its application to large deformation problems [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2003, 39: 301-324.
- [7] 武利龙, 陈斌. 基于气泡堆积的非结构化网格生成技术[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(1): 37-41.
WU Lilong, CHEN Bin. Bubble packing method based unstructured grid generation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(1): 37-41.
- [8] 武利龙, 陈斌. 气泡堆积法生成局部加密非结构化网格[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(9): 19-22.
WU Lilong, CHEN Bin. Local refinement of unstructured grid by bubble packing method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(9): 19-22.
- [9] 方逢, 谭元发, 吴泉源. 近似弧长参数化的一种数值方法[J]. 工程数学学报, 2002, 19(3): 123-127.
FANG Kui, TAN Yuanfa, WU Quanyan. A numerical algorithm of nearly arc-length parameterization [J]. Journal of Engineering Mathematics, 2002, 19(3): 123-127.
- [10] RUIZ DE MIRAS J, FEITO F R. Inclusion test for curved-edge polygons [J]. Computers & Graphics, 1997, 21(6): 815-824.
- [11] 宇波, 王秋旺, 林明杰, 等. 一种非结构化同位网格算法[J]. 工程热物理学报, 1998, 19(4): 475-479.
YU Bo, WANG Qiuwang, LIN Mingjie, et al. An unstructured algorithm on collocated grid system [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1998, 19(4): 475-479.
- [12] RHIE C M, CHOW W L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation [J]. AIAA Journal, 1983, 21(11): 1525-1532.
- [13] FUCHS L, TILLMARK N. Numerical and experimental study of driven flow in a polar cavity [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1985, 5(4): 311-329.

(编辑 荆树蓉)